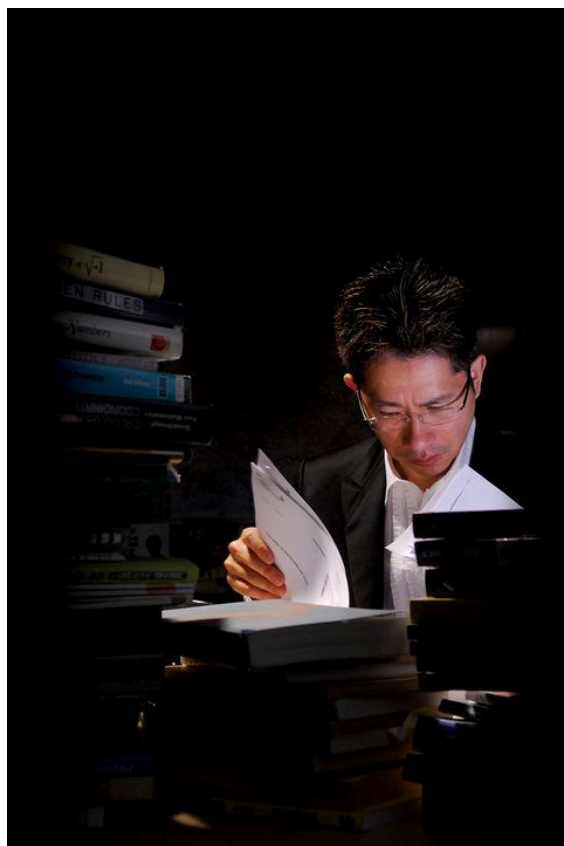




足球盛事 「數學建模教育五之一」



W.L.LEE，資深數學名師及教育專欄作家



Like 0

新任文體旅局局長追星有道，加上啟德體育園新近落成，除了舉辦了幾場叫好叫座的演唱會外，今年7月舉辦的《香港足球盛會2025》極之成功。盛事之都，實至名歸。

其中一場足球比賽是有史以來首次在北倫敦以外進行的「北倫敦打吡」，由筆者愛隊阿仙奴對熱刺，入場人數達49,975人。雖然阿仙奴輸了這場球賽，但我等球迷仍然雀躍萬分。原因其一是阿仙奴剛剛以6,400萬英鎊轉會費羅致的瑞典神鋒約基里斯(Viktor Gyökeres)在香港上陣，作為他的阿仙奴首戰(debut)；其二是今場比賽雙方踢得十分認真，球員沒有患上「美斯的腳痛」，主力盡出。賽事的精彩程度絕不比筆者在倫敦酋長球場實地觀賞的球賽遜色。

讀者不要以為頂尖球會的教練及球員身價高，落場比賽就必然施展渾身解數。因為這些球會每月賽事頻繁，每場比賽都要精準計算，制定策略，適當保留體力，到季尾才可以捧得冠軍獎盃。誰可奪冠？最簡單就是贏得最多場次的那隊。但球賽不單是贏或輸，還有賽和的結果。若只計算贏的次數，應該會出現很多雙冠軍或者多冠軍的情況。這時候大家不要忘記，人類發明的數字就可以量化結果，避免籠統的描述。以我們熟悉的英國球賽為例，從1888年英格蘭足球聯賽建立時，他們就採用2-1-0的兩分制：贏2分、和1分及輸0分。這個系統從19世紀末一直延續到20世紀80年代，成為全球足球聯賽近一個世紀的標準。

熟悉現今足球比賽的讀者會問：「贏了，不是3分嗎？中間究竟發生了什麼事？」。原本的兩分制設計相對簡單直接，其邏輯基礎是勝利的價值等於和局的兩倍，反過來說就是兩場和局等同於一場勝利的價值。隨著戰術的發展和防守體系的完善，在兩分制下，進球數逐漸下降。1950-1960年代的平均進球數是每場3.42球，1960-1970年代降至3.14球，1970-1981年間更是降至2.53球。1981年，著名的足球員及評論員Jimmy Hill向英格蘭足球聯賽提出了三分制改革建議：贏3分、和1分及輸0分。他的核心論點是：在兩分制下，勝利與和局的積分差距過小(2:1)，不足以激勵球隊積極進攻爭取勝利。Hill認為，將勝利的價值提升到3分，做出3:1的積分比例，從而鼓勵更具攻擊性的足球。結果顯示，1994年世界盃的平均進球數回升至2.71球。1995年，國際足聯正式將三分制確立為全球標準，要求所有會員國的聯賽和國際賽事採用這一制度，成為全球統一標準。

香港教育局過去一年一直推動數學建模(Mathematical Modelling)的教育。很多老師、學生都向筆者請教數學建模是什麼一回事，可否簡單說明。其實數學建模就是將現實世界的問題轉化為可用數學語言描述的模型，通過求解和驗證模型來為決策或預測提供量化依據。數學建模一般有四至六個步驟，實際應用時可根據具體情況增減或重複各個環節。首先是問題理解階段，建模者需要明確研究目標、確定問題範圍及相關背景。接著進入建立假設階段，根據問題的本質特徵，合理地排除次要影響因素，做出可檢驗的簡化假設，這一步驟對於模型的可行性和準確性至關重要。第三步是模型構建，需要選擇適當的數學工具，如代數方程、微分方程或機率模型等，將實際問題以變量和關係式的形式進行數學表述。隨後是模型求解階段，運用解析方法、數值計算或各種演算法，獲取模型的解答結果。第五步為分析與驗證，需要進行誤差分析和敏感度分析，並將計算結果與實際資料或專家評估進行對比，檢查模型的準確度與穩定性，確保模型的可靠性。最後是模型應用階段，根據模型輸出具體的決策建議、預測結果或優化方案，若有必要，還需針對驗證結果修正原有假設或調整模型結構，進行反覆迭代直至達到滿意的效果。整個過程體現了理論與實踐相結合的特點，強調持續改進和優化的重要性。

以足球計分為例，我們需要解決的問題是進行38場聯賽之後，要找出20隊之中的冠軍。於是我們把這個「冠軍」變成「拿得最高分的一隊」。接著就將贏、和、輸給予一個數值，隨後再以統計方法比較結果，最終優化出3分制。當然，以這個足球計分制作為例子來介紹數學建模有點簡單。完整的數學模型是有預測能力的，可將因素以參數量化、將結論以公式表達。例如現在的足球評論，更在聯賽每一階段，以數學模型預測每支球隊奪冠的概率。複雜的數學模型更有著無比的價值。例如大家經常在新聞裡看到有人利用數學把賽馬賭博建模，預測賽果從而獲利。

至於為什麼我們在這個世代要推廣數學建模教育？第一，很多學生在中、小學時期常常問「學數學有什麼用？」。老師只說「數學很有用」，但很少說「怎麼用」，只一味做題目。其次是，在這個人工智能廣泛應用的時代，不少人都質疑只學習基礎數學的數學教育。很多先進國家已經着手數學建模教育超過20年，香港現在還是一個起步階段，所以絕對要急起直追。

說回分數，大家對今次羅局長的表現又會給予幾分？

W.L.LEE，資深數學名師及教育專欄作家